حل التمرين :

$x \to y = 1 \Leftrightarrow x' \vee y = 1 \Leftrightarrow x \geq y$

$x \leftrightarrow y = 1 \Leftrightarrow (x \to y)(y \to x) = 1 \Leftrightarrow x \to y = 1$ f $y \to x = 1$

$\Leftrightarrow x' \vee y = 1$ f $y' \vee x = 1 \Leftrightarrow x \geq y$ f $y \geq x$

$\Leftrightarrow y = x$

$(x+y)' = ((x \wedge y') \vee (x' \wedge y))' = (x \wedge y')' \wedge (x' \wedge y)'$ حسب ديمورغن

$= (x' \vee y) \wedge (x \vee y')$

$= (x \to y) \wedge (y \to x) = x \leftrightarrow y$

(b) الأزواج الممكنة من العمليات الستة

$(+,\cdot), (+,\vee), (+,'), (+,\to), (+,\leftrightarrow), (\cdot,\vee), (\cdot,'), (\cdot,\to)$
$(\cdot,\leftrightarrow), (\vee,'), (\vee,\to), (\vee,\leftrightarrow), (',\to), (',\leftrightarrow), (\to,\leftrightarrow)$

الأزواج التي تعرف العمليات الستة السابقة هي

$(+,\cdot)\ (\cdot,')\ (\vee,')\ (\vee,+)\ (\to,')\ (\to,+)$

• $(+,\cdot)$ $\forall x \in A$ $x' = x+1$

$\forall x,y \in A$ $x \vee y = x + y + xy$

$x \to y = x' \vee y$
$x \leftrightarrow y = (x \to y)(y \to x)$

• $(\cdot,')$
$x \vee y = (x'y')'$
$x + y = xy' \vee x'y$
$x \to y = x' \vee y$ $x \leftrightarrow y = (x \to y)(y \to x)$

تمرين ②

في الجبر البولياني A نعرف عملية جديدة $x \downarrow y = x' \vee y'$ اكتب جميع العمليات البوليانية بدلالة هذه العملية

الحل:

$$x \downarrow x = x' \vee x' = x'$$

$$x \vee y = x' \downarrow y' = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y)$$

$$xy = (x' \vee y')'$$

$$= (x \downarrow y)' = (x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)$$

$$x + y = (x \vee y) \wedge (x' \vee y') = ((x \vee y) \downarrow (x' \vee y')) \downarrow ((x \vee y) \downarrow (x' \vee y'))$$

$$= ((x' \downarrow y') \downarrow (x \downarrow y)) \downarrow (x' \downarrow y') \downarrow (x \downarrow y))$$

$$= [(x \downarrow y) \downarrow (y \downarrow y)] \downarrow [(x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)]$$

تمرين ③

ليكن A جبر بولياني ، a, b عنصرين ثابتين في A ولتكن المعادلة $ax + b = 0$ ① في A

a) برهن أن المعادلة يكون لها حل إذا وفقط إذا كان $b \leq a$

b) إذا كان $b \leq a$ فبرهن أن $b \leq a + b + 1$ وأن كل الحلول للمعادلة ① تحقق $b \leq x \leq a + b + 1$

في أي حالة يكون للمعادلة ① حل وحيد

c) في $D(210)$ حل المعادلتين $\log x + 'f = 0$ ، $21 x + 1 = 0$

الحل:

a) نفرض أن للمعادلة حلول في A أي أنه توجد x تحقق المعادلة ①

$$ax + b + b = 0 + b \Leftarrow ax + 0 = b \Leftarrow a \geq ax = b$$ أي

أي $b \leq a$

نفرض أن $b \leq a$ فإن $ab = b \Leftarrow ab + b = 0$ أي أن $x = b$ حل للمعادلة وكذلك

$a(b+a') + b = 0 \Leftarrow a(b+a') = b \Leftarrow a(b+a') = ab + aa' = ab + 0$
$ab = b$

$(b+a')$ حل آخر للمعادلة ①

(b) نفرض $b \leq a$ فإن

$a+b+1 = a+b' = (a \wedge b) \vee (a' \wedge b')$
$= b \vee (a \vee b)' = b \vee a' \geq b$

ومنه $b \leq a+b+1$

عن أن المعادلة ① تكتب بالشكل $ax = b$ أي أن $x \geq b$

$(a+b+1)x = ax + bx + x = ax + b = 0 + x = x \Rightarrow x \leq a+b+1$

وبالتالي يكون $b \leq x \leq a+b+1$

يكون للمعادلة حل وحيد إذا كان $a+b+1 = b \Rightarrow a+1 = 0 \Rightarrow a' = 0$
$\Rightarrow a = 1$

210	2
105	3
35	5
7	7
1	

$D(210) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 35, 42, 70, 105, 210\}$

لنأخذ المعادلة

$105x + 5 = 0$

إن حلول المعادلة تحقق بالعلاقة

$5 \leq x \leq 105x + 5 + 210 \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 105 + 5'$
$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq 105 + 42$

علاقة تقسيم ←

$5 \leq x \leq (105 \cdot 42) \vee (105 \cdot 42)$

$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq (105 \cdot 5) \vee (2 \cdot 42) \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 5 \vee 2$

القاسم المشترك الأصغري — القاسم المشترك الأكبر — المضاعف المشترك الأصغري

علاقة التقسيم ←

$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq 10$

مجموعة الحلول $\{5, 10\}$

محاضرات الدفتر

القسم : السنة : المادة : المحاضرة :

للتحقق من الحل: مجموعة الحلول

$105x + 5 = 105.5 + 5 = 5 + 5 = 0$

$105.10 + 5 = 5 + 5 = 0$

المعادلة $21x + 1 = 0$ لا يمكن أن تكون المعهود بـ لأنه المعامل الخطي أي 210 ليست أولياً لذا يكون $b \geq a$

ا ن حلول المعادلة تتحقق بالعلاقة $1 \leq x \leq 21x + 1 + 210$

$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 21 + 210 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 21$

$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 10$

مجموعة الحلول $\{1, 2, 5, 10\}$

للتحقق من الحل:

$21.10 + 1 = 1 + 1 = 0$ $\quad$ $21.1 + 1 = 1 + 1 = 0$

$2.5 + 1 = 1 + 1 = 0$ $\quad$ $21.2 + 1 = 1 + 1 = 0$

تمرين ②

ادرس المراجحة التطابقية $ax + b \geq c$ يمكن رد هذه المعادلة إلى نموذج

① المعادلة ① في التمرين السابق

② حل المراجحتين $D(210)$

$7x + 5 \geq 105$ $\quad$ $6x + 2 \geq 3$

$a \geq b \Rightarrow ab = a$

$(ax + b).c = ax + b$

$a(x + bc = ax + b = a(x + bc + (ax + b) = (ax + b) + (ax + b)$

$= (ac + a)x + (bc + b) = 0$

مجموعة الحلول

$bc + b \leq x \leq (ac + a) + (bc + b) + 1$